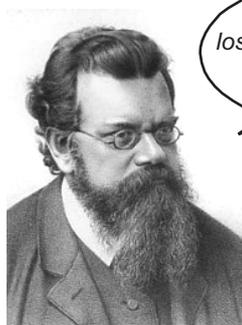


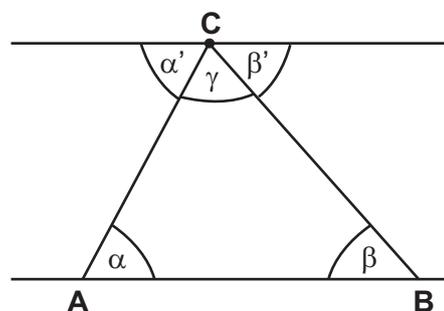
| Grado | Semana | Ficha |
|-------|--------|-------|
| 3°    | 13     | 4     |

## ÁNGULOS II (Aplicación)

### 1. Recuerda:



La suma de los ángulos internos en un triángulo suman  $180^\circ$



$\alpha$  y  $\alpha'$  así como  $\beta$  y  $\beta'$  son ángulos alternos, es decir  $\alpha = \alpha'$  y  $\beta = \beta'$  (1)

$\alpha'$ ,  $\gamma$  y  $\beta'$  forman juntos un ángulo llano, de esta manera se cumple:

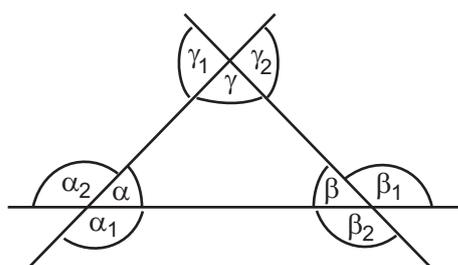
$$\alpha' + \gamma + \beta' = 180^\circ \quad (2)$$

De (1) y (2) se deduce:

$$\alpha + \gamma + \beta = 180^\circ$$

### Ángulos exteriores en el triángulo

Los ángulos al interior de un triángulo se llaman ángulos interiores de un triángulo. Si se prolongan los lados de un triángulo creando rectas, se obtienen ángulos adyacentes a los ángulos interiores, llamados ángulos exteriores del triángulo. En la figura  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  son ángulos interiores y  $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$  así como  $\alpha_2$ ,  $\beta_2$ ,  $\gamma_2$  son ángulos exteriores.



Por la regla de la suma de ángulos se cumple:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ \quad (\text{suma de ángulos en el triángulo})$$

$$\alpha + \alpha_1 = 180^\circ \quad (\text{ángulos adyacentes})$$

De aquí se deduce que:

$$\alpha + \alpha_1 = \alpha + \beta + \gamma \quad | -\alpha$$

$$\alpha_1 = \beta + \gamma$$

De la misma manera se obtiene que :

$$\alpha_2 = \beta + \gamma \quad (\text{ángulos opuestos por el vértice})$$

$$\text{Así también: } \beta_1 = \alpha + \gamma = \beta_2$$

$$\gamma_1 = \alpha + \beta = \gamma_2$$

**En un triángulo se cumple que:**

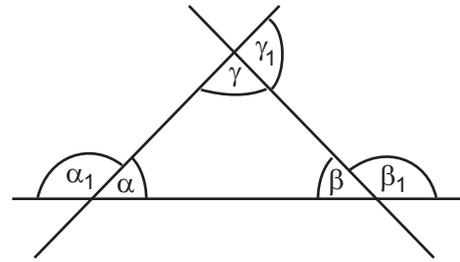
**Cada ángulo exterior mide igual que la suma de los ángulos interiores que no le son adyacentes.**



### Ejemplo A

Demuestra que se cumple:  $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$

**Solución:**  $\alpha_1 = \beta + \gamma$   
 $\beta_1 = \alpha + \gamma$   
 $\gamma = \alpha + \beta$

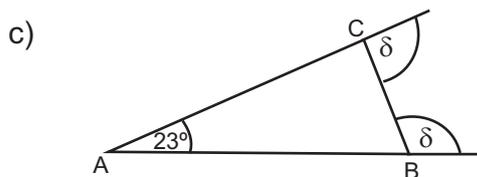
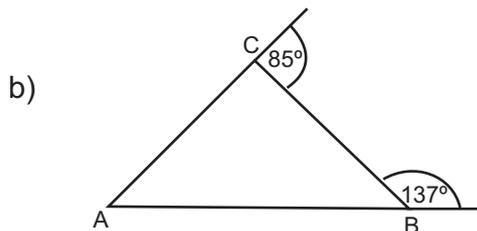
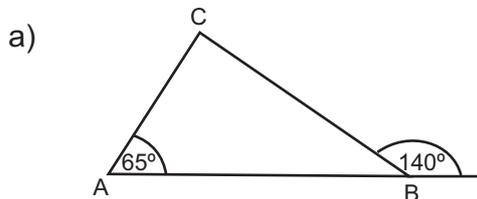


Reemplazamos en las ecuaciones:

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 &= \\ (\beta + \gamma) + (\alpha + \gamma) + (\alpha + \beta) &= 2\alpha + 2\beta + 2\gamma \\ &= 2(\alpha + \beta + \gamma) \\ &= 2(180^\circ) = 360^\circ \end{aligned}$$

Entonces:  $\alpha_1 + \beta_1 + \gamma_1 = 360^\circ$

### 2. Calcula la medida de los ángulos interiores faltantes en los triángulos.



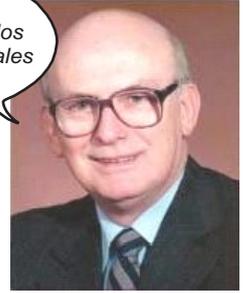
### 3. Completa la tabla ( $\alpha, \beta, \gamma$ son los ángulos interiores de cada triángulo. $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ son los ángulos exteriores correspondientes).

|    | $\alpha$    | $\beta$    | $\gamma$   | $\alpha_1$  | $\beta_1$   | $\gamma_1$  |
|----|-------------|------------|------------|-------------|-------------|-------------|
| a) | $123^\circ$ | $36^\circ$ |            |             |             |             |
| b) |             | $79^\circ$ |            | $111^\circ$ |             |             |
| c) |             |            | $97^\circ$ |             | $120^\circ$ |             |
| d) | $75^\circ$  |            |            |             |             | $125^\circ$ |



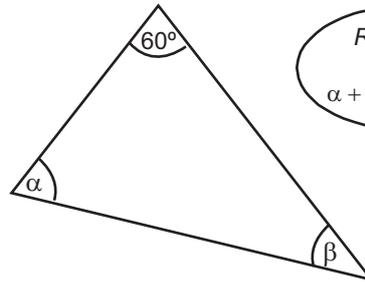
4. ¿Cuánto miden los ángulos de un triángulo isósceles, si el ángulo opuesto a la base mide  $66^\circ$ . Dibuja.

Triángulo isósceles: 2 lados iguales y 2 ~~ángulos~~ iguales

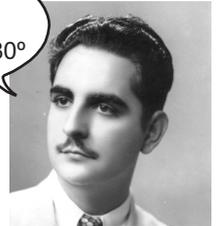


5. ¿Cuánto miden los ángulos  $\alpha$  y  $\beta$  en el triángulo de la figura si ...

a)  $\alpha = 2\beta$



Recuerda:  
 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$

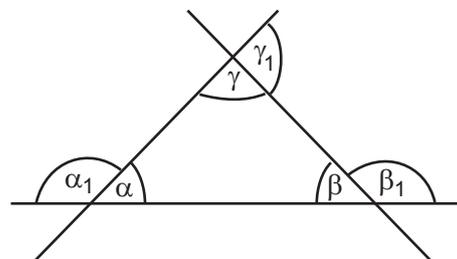


b)  $\beta = 5\alpha$

6. En un triángulo isósceles con el vértice C opuesto a la base, los ángulos interiores son  $\alpha, \beta, \gamma$  y  $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$  son los ángulos exteriores correspondientes.

¿Cuánto mide cada ángulo interior y cada ángulo exterior, si ... ?

$\gamma_1$  mide el triple que  $\gamma$



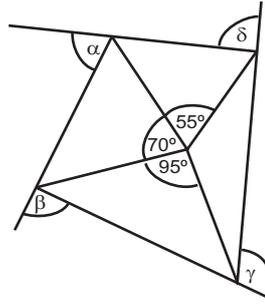
# Hazlo TÚ mismo

## Completa la tabla

|    | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\alpha_1$ | $\beta_1$ | $\gamma_1$ |
|----|----------|---------|----------|------------|-----------|------------|
| a) | 99°      |         | 31°      |            |           |            |
| b) |          | 70°     |          |            |           | 110°       |

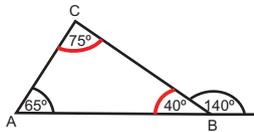
### TU RETO PERSONAL

- a) Calcula para la figura la medida de los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$
- b) Calcula la suma de los ángulos  $\alpha + \beta + \gamma + \delta$

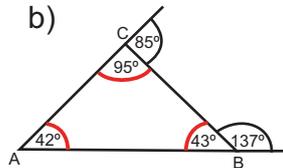


## SOLUCIONES

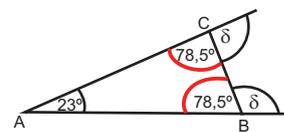
2. a)



b)



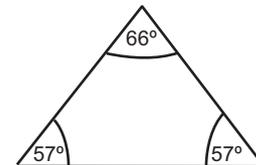
c)



3.

|    | $\alpha$ | $\beta$ | $\gamma$ | $\alpha_1$ | $\beta_1$ | $\gamma_1$ |
|----|----------|---------|----------|------------|-----------|------------|
| a) | 123°     | 36°     | 21°      | 57°        | 144°      | 159°       |
| b) | 69°      | 79°     | 32°      | 111°       | 101°      | 148°       |
| c) | 23°      | 60°     | 97°      | 157°       | 120°      | 83°        |
| d) | 75°      | 50°     | 55°      | 105°       | 130°      | 125°       |

4.



5. a)  $\beta = 40^\circ$     b)  $\alpha = 20^\circ$   
 $\alpha = 80^\circ$          $\beta = 100^\circ$

6.

