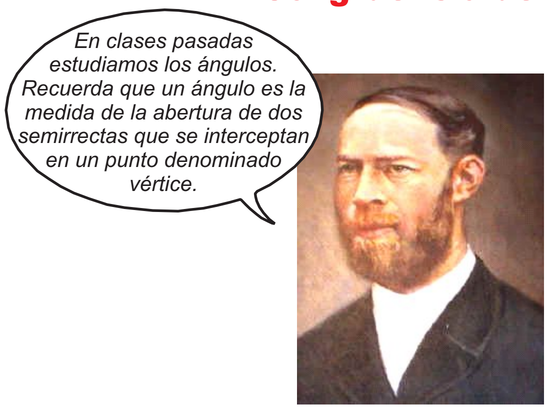
CONSTRUCCIONES Y CONGRUENCIAS GEOMÉTRICAS

1. Pon mucha atención:

Congruencia de Ángulos



En los ángulos también podemos encontrar congruencias. Observa algunos ejemplos:

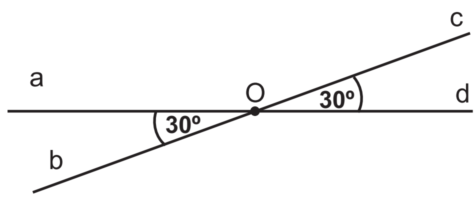
a)

De los ángulos ABC y MNP podemos decir que:

Medida del < ABC y < MNP = 40º, entonces < ABC $\overset{\text{Congruente}}{\cong}$ < MNP

Si se superponen: el lado AB coincide con el lado MN
el lado BC coincide con el lado NP

b)



Se tiene que la medida de < aob y < cod = 30º, entonces < aob $\overset{\text{Congruente}}{\cong}$ < cod

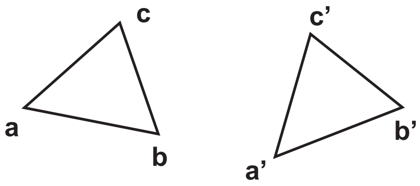
Si se superponen: el lado ao coincide con el lado od
el lado bo coincide con el lado oc

Por eso decimos que los ángulos de los ejemplos a) y b) son **congruentes**.

> ***ÁNGULOS CONGRUENTES***
>
> *Dos ángulos son congruentes si tienen igual medida. O también, dos ángulos son congruentes si al superponerlos, sus lados coinciden.*

Congruencia de Triángulos

I. El triángulo abc es congruente al triángulo a'b'c', si:



El lado $\overline{ab}$ es igual al $\overline{a'b'}$
El lado $\overline{ac}$ es igual al $\overline{a'c'}$
El lado $\overline{bc}$ es igual al $\overline{b'c'}$

Así decimos que:

$\triangle\ abc \cong \triangle\ a'b'c'$ Si: $\overline{ab} = \overline{a'b'}$

$\overline{ac} = \overline{a'c'}$

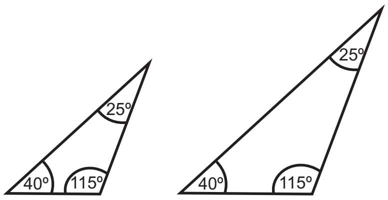
$\overline{bc} = \overline{b'c'}$

Primer teorema de congruencia para triángulos (LLL : lado-lado-lado)

Cuando en dos triángulos los lados respectivos miden igual, entonces los triángulos son congruentes entre sí.

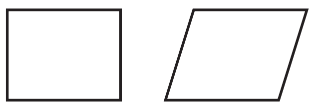
Observaciones:

1. Si dos triángulos son congruentes, sus ángulos también miden igual. En cambio si dos triángulos tienen ángulos que miden igual, ello no implica necesariamente que sean triángulos congruentes, ya que sus lados podrían tener longitudes diferentes.



2. El teorema de congruencia LLL sólo se cumple para triángulos, no puede ser aplicado a otros polígonos.

En estos cuadriláteros los lados respectivos miden igual

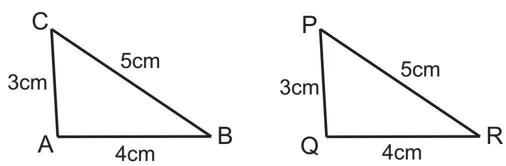


Ejemplo A

Dibuja los triángulos ABC y PQR e indica si son congruentes

a) $\overline{AB}$ = 4 cm; $\overline{BC}$ = 5 cm; $\overline{AC}$ = 3 cm;

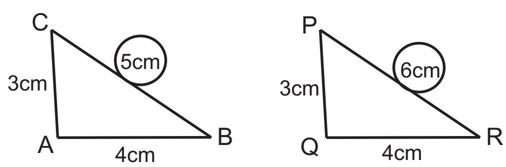
$\overline{PQ}$ = 3 cm; $\overline{QR}$ = 4 cm; $\overline{PR}$ = 5 cm;



Los dos triángulos son congruentes entre sí, porque $\overline{AB} = \overline{QR}$ y $\overline{BC} = \overline{PR}$ y $\overline{AC} = \overline{PQ}$

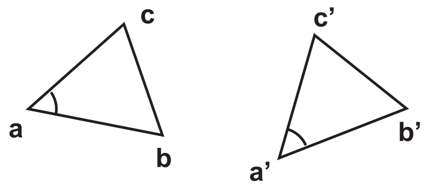
b) $\overline{AB}$ = 4 cm; $\overline{BC}$ = 5 cm; $\overline{AC}$ = 3 cm;

$\overline{PQ}$ = 3 cm; $\overline{QR}$ = 4 cm; $\overline{PR}$ = 6 cm;



Los dos triángulos NO son congruentes entre sí, porque $\overline{BC}$ = 5cm y el triángulo PQR no posee un lado que mida 5 cm sino 6 cm.

II. El triángulo abc es congruente al triángulo a’b’c’, si:



El lado $\overline{ab}$ es igual al $\overline{a'b'}$
El lado $\overline{ac}$ es igual al $\overline{a'c'}$
El < cab es igual al < c’a’b’

Así decimos que:

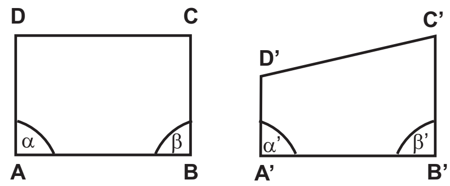
$\triangle$ abc $\cong$ $\triangle$ a’b’c’

Si: $\overline{ab} = \overline{a'b'}$
$\overline{ac} = \overline{a'c'}$
< cab = < c’a’b’

> ***Segundo teorema de congruencia para triángulos (LAL : lado-ángulo-lado)***
>
> *Cuando en dos triángulos dos lados respectivos y el ángulo comprendido entre ellos miden igual, entonces los triángulos son congruentes entre sí.*

Observación

El teorema de congruencia LAL no puede ser aplicado a otros polígonos.
En el caso de la figura, se cumple:
$\overline{AB} = \overline{A'B'}$; $\alpha = \alpha'$; $\overline{BC} = \overline{B'C'}$; $\beta = \beta'$
Sin embargo, ambos cuadriláteros no son congruentes entre sí



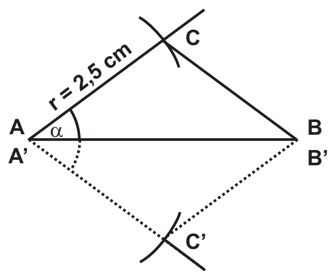
Ejemplo B

Construye un triángulo ABC y A’B’C’ de tal manera que sean congruentes

$\overline{AB}$ = 4 cm, $\overline{AC}$ = 2,5 cm y $\alpha = 50^\circ$

Solución

1. Traza el segmento AB con longitud AB = 4 cm.
2. Sobre A construye el ángulo α .
3. Traza una circunferencia alrededor de A con r = 2,5 cm. Esta circunferencia corta los lados de ambos ángulos en los puntos C y C’.

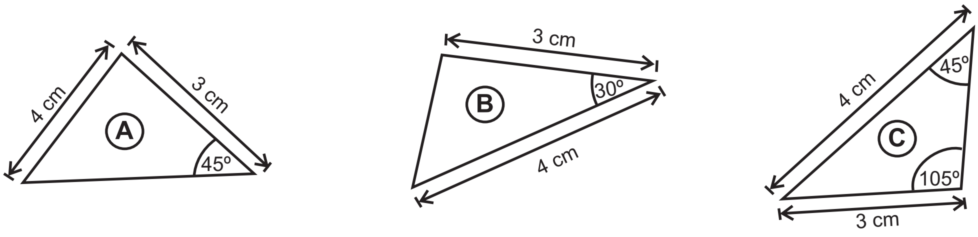


2. Con ayuda del teorema LAL reconoce si los triángulos ABC y A’B’C’ son congruentes entre sí. Dibuja los triángulos

a) $\overline{AB}$ = 4cm; $\overline{AC}$ = 7cm; $\alpha = 70^\circ$
$\overline{A'B'}$ = 4cm; $\overline{A'C'}$ = 7cm; $\alpha' = 70^\circ$

b) $\overline{BC}$ = 7,5cm; $\overline{AC}$ = 5,7cm; $\gamma = 110^\circ$
$\overline{B'C'}$ = 7,5cm; $\overline{A'C'}$ = 5,7cm; $\alpha' = 110^\circ$

3. Observa los triángulos y marca V(verdadero) o F(falso)



a) Los triángulos A y C son congruentes entre sí   V   F

b) Los triángulos B y C son congruentes entre sí   V   F

c) Los triángulos A y B son congruentes entre sí   V   F

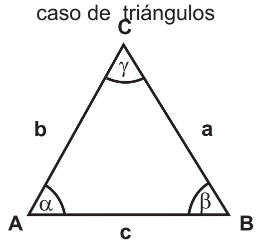
Hazlo TÚ mismo

¿ Se puede reconocer sólo con ayuda del teorema LAL si los triángulos ABC y A'B'C' son congruentes entre sí?

a) a = 5cm; b = 6,5cm; γ = 68º
   a' = 5cm; b' = 6,5cm; γ' = 86º

b) a = 7,8cm; b = 8,7cm; β = 45º
   b = 7,8cm; c = 8,7cm; α = 45º

Denominaciones en el caso de triángulos



SOLUCIONES

2. a) $\triangle$ ABC $\cong$ $\triangle$ A'B'C'   b) $\triangle$ ABC $\ncong$ $\triangle$ A'B'C'

3. b) V