

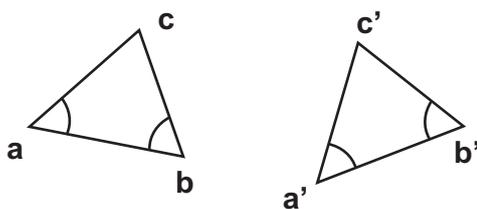
Grado	Semana	Ficha
3°	15	3

CONSTRUCCIONES Y CONGRUENCIAS GEOMÉTRICAS II

1. Escucha:

Congruencia de Triángulos

III. El triángulo abc es congruente al triángulo $a'b'c'$, si:



El lado \overline{ab} es igual al lado $\overline{a'b'}$
 El $\angle cab$ es igual al $\angle c'a'b'$
 El $\angle cba$ es igual al $\angle c'b'a'$

Así decimos que:
 $\triangle abc \cong \triangle a'b'c'$

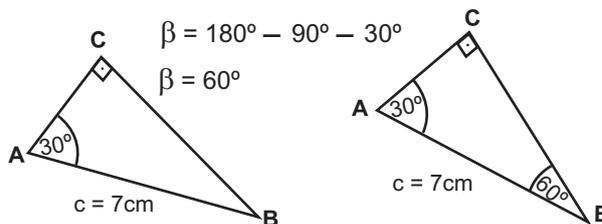
Si: $\overline{ab} = \overline{a'b'}$
 $\angle cab = \angle c'a'b'$
 $\angle cba = \angle c'b'a'$

Tercer teorema de congruencia para triángulos (ALA : ángulo-lado-ángulo)

Dos triángulos son congruentes, si tienen un lado y los ángulos adyacentes, respectivamente, congruentes.

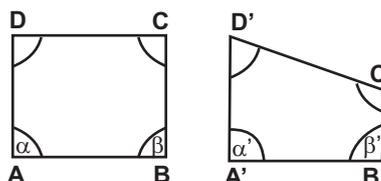
Observaciones:

En caso de conocer la igualdad de un lado y dos ángulos que no son los adyacentes, siempre es posible conocer el ángulo que falta debido al teorema o regla de suma de ángulos.



El teorema de congruencia ALA no puede ser aplicado a otros polígonos. En el caso de la figura se cumple:

$\overline{AB} = \overline{A'B'}$; $\alpha = \alpha'$; $\beta = \beta' = 90^\circ$,
 sin embargo, ambos cuadriláteros no son congruentes entre sí.

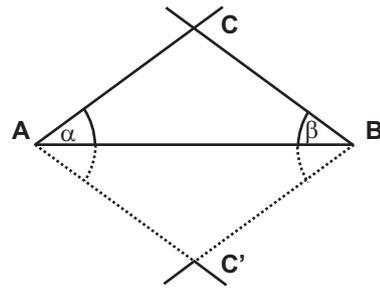


Ejemplo A

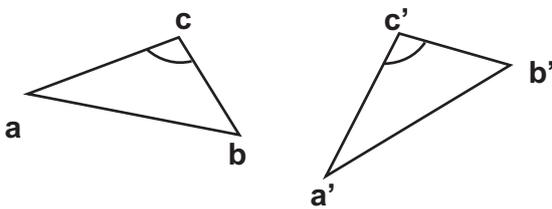
Construye un triángulo ABC con $\overline{AB} = 4\text{cm}$,
 $\alpha = 40^\circ$ y $\beta = 50^\circ$

Solución:

1. Traza el segmento $\overline{AB} = 4\text{ cm}$.
2. Sobre A construye el ángulo α .
3. Sobre B construye el ángulo β .
Los puntos de intersección de los lados construidos de α y β son los puntos C y C'



IV. El triángulo abc es congruente al triángulo a'b'c', si:



El lado \overline{ab} es igual al lado $\overline{a'b'}$
El lado \overline{bc} es igual al lado $\overline{b'c'}$
El $\angle acb$ es igual al $\angle a'c'b'$

Así decimos que:
 $\triangle abc \cong \triangle a'b'c'$

$$\begin{aligned} \text{Si: } \overline{ab} &= \overline{a'b'} \\ \overline{bc} &= \overline{b'c'} \\ \angle acb &= \angle a'c'b' \end{aligned}$$

Cuarto teorema de congruencia para triángulos (LLA : lado-lado-ángulo)

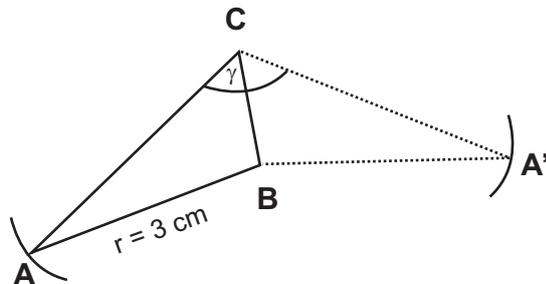
Quando en dos triángulos dos lados y el ángulo opuesto al lado mayor miden igual, entonces los triángulos son congruentes entre sí.

Ejemplo B

Construye un triángulo ABC con $AB = 3\text{ cm}$; $BC = 1,5\text{ cm}$
y $\gamma = 50^\circ$

Solución:

1. Traza el segmento $\overline{BC} = 1,5\text{ cm}$.
2. Sobre C construye el ángulo γ .
3. Traza una circunferencia alrededor de B con $r = 3\text{ cm}$.
Esta circunferencia corta los lados de ambos ángulos en los puntos A y A'

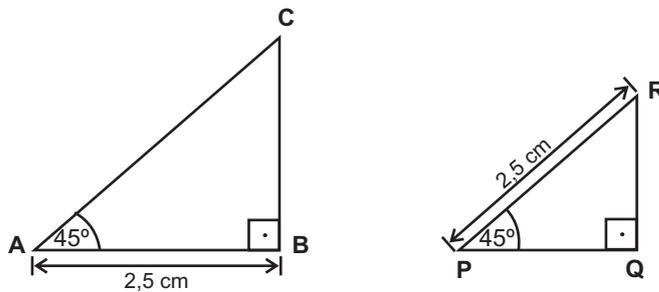


2. Con ayuda del teorema ALA reconoce si los triángulos ABC y A'B'C' son congruentes entre sí. Dibuja los triángulos.

a) $\overline{AB} = 4\text{cm}$; $\alpha = 70^\circ$; $\beta = 65^\circ$
 $\overline{A'B'} = 4\text{cm}$; $\alpha' = 70^\circ$; $\gamma' = 45^\circ$

b) $\overline{BC} = 7,5\text{cm}$; $\alpha = 20^\circ$; $\gamma = 110^\circ$
 $\overline{B'C'} = 7,5\text{cm}$; $\alpha' = 110^\circ$; $\beta' = 20^\circ$

3. Los triángulos ABC y PQR concuerdan en un lado y dos ángulos; sin embargo, no son congruentes entre sí. ¿Por qué?



Rpta.: _____

4. Desarrolla lo siguiente

a) ¿ Por qué no puedes construir un triángulo con $a = 4\text{ cm}$, $b = 6\text{ cm}$ y $\alpha = 80^\circ$?

b) ¿ Por qué se obtiene con los datos $a = 4\text{cm}$, $b = 6\text{ cm}$ y $\alpha = 40^\circ$ dos triángulos que no son congruentes entre sí?

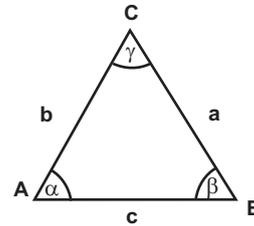
Hazlo TÚ mismo

¿ Se puede reconocer sólo con ayuda del teorema ALA si los triángulos ABC y A'B'C' son congruentes entre sí?

a) $a = 5\text{cm}$; $\beta = 55^\circ$; $\gamma = 68^\circ$
 $b' = 5\text{cm}$; $\gamma' = 68^\circ$, $\alpha' = 55^\circ$

b) $c = 8,7\text{cm}$; $\beta = 45^\circ$; $\gamma = 67^\circ$
 $b' = 8,7\text{cm}$; $\alpha' = 45^\circ$; $\beta' = 67^\circ$

Denominaciones en el caso de triángulos



SOLUCIONES



2. a) $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ b) $\triangle ABC \not\cong \triangle A'B'C'$
3. Porque en el $\triangle PQR$ el lado \overline{PR} no es adyacente a los dos ángulos (Tercer Teorema ALA).
4. a) Porque el lado a debe ser mayor que el lado b.
b) Porque a pesar de tener 2 lados y 1 ángulo, α es opuesto al lado menor.