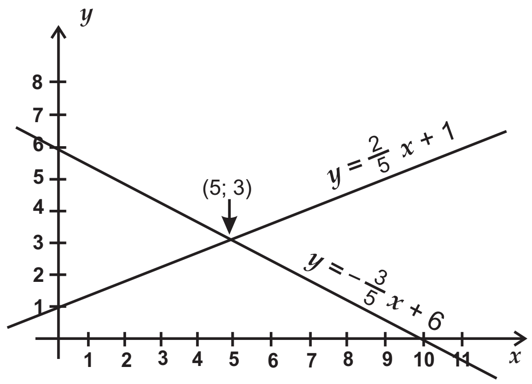
MÉTODO DE IGUALACIÓN Y SUSTITUCIÓN

1. Observa la gráfica y responde



a)¿Qué valor tiene que sustituir a x en la ecuación $y = \frac{2}{5}x + 1$ y en la ecuación $y = -\frac{3}{5}x + 6$, para obtener el mismo valor y?

b)¿Qué valor se obtiene para x, si se igualan los lados de la derecha en ambas ecuaciones?

Muchas veces las soluciones de los sistemas de ecuaciones no se pueden determinar con exactitud sólo viendo el gráfico. Es por ello que a veces es mejor solucionar los sistemas de ecuaciones a través del cálculo:

Para las coordenadas x de una solución del sistema de ecuaciones

I : $y = \frac{2}{5}x + 1$ **Las funciones** $x \mapsto y = \frac{2}{5}x + 1$

II : $y = -\frac{3}{5}x + 6$ $x \mapsto y = -\frac{3}{5}x + 6$

Tienen el mismo valor de y, es decir:

$$\frac{2}{5}x + 1 = -\frac{3}{5}x + 6 \quad \Big| + \frac{3}{5} - 1$$

$$\frac{2}{5}x + \frac{3}{5}x = 5$$

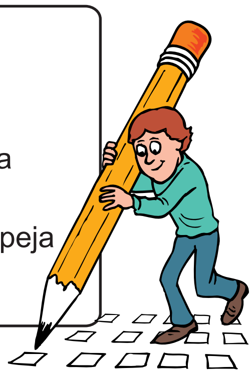
$$x = 5$$

Al sustituir x por 5 en $y = \frac{2}{5}x + 1$ ó en $y = -\frac{3}{5}x + 6$, se obtiene $y = 3$.
Así, (5; 3) es la solución del sistema de ecuaciones. CS = {(5; 3)}

Este procedimiento para obtener la solución se denomina **método de igualación**.

Método de igualación

1. Despeja la misma variable o algún término común en ambas ecuaciones.
2. Iguala los lados derechos resultantes de ambas ecuaciones y dibuja la única variable que aparece en esta nueva ecuación.
3. Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales y despeja para hallar la variable que falta.



Ejemplo A

Resuelve con el método de igualación

$$\begin{array}{|l|}\hline \mathrm{I}:\ x + 2y = 4 \\ \mathrm{II}:\ x - 4y = 5 \\ \hline\end{array}$$

Solución

* En ambas ecuaciones se presenta el sumando "x", por eso despejamos x en ambas ecuaciones:

$$\mathrm{I}:\ x = -2y + 4$$
$$\mathrm{II}:\ x = 4y + 5$$

- En este caso la coordenada x de una solución del sistema de ecuaciones puede ser expresada tanto por $-2y + 4$ como por $4y + 5$.

$$-2y + 4 = 4y + 5 \qquad \vert -4y - 4$$
$$-6y = 1 \qquad \vert : 6$$
$$\boxed{y = -\tfrac{1}{6}}$$

Por lo tanto:

Si ahora se reemplaza y por $-\frac{1}{6}$ en cualquiera de las ecuaciones, por ejemplo en la I, entonces se obtiene:

$$x + 2\left(-\tfrac{1}{6}\right) = 4$$
$$x - \tfrac{1}{3} = 4 \qquad \vert + \tfrac{1}{3}$$
$$\boxed{x = 4\tfrac{1}{3}}$$

$$CS = \left\{ \left(4\tfrac{1}{3} ;\ -\tfrac{1}{6} \right) \right\}$$

OTRO CASO:

Si una o ecuaciones no han sido despejadas para y, entonces pueden ser transformadas o se procede de la siguiente manera:

$$\mathrm{I}:\ y - \tfrac{2}{5}x = 1$$
$$\mathrm{II}:\ y = -\tfrac{3}{5}x + 6$$

Ya que una solución del sistema de ecuaciones debe satisfacer a ambas ecuaciones, se puede, por ejemplo, sustituir y con $-\frac{3}{5}x + 6$ (ecuación II) en la ecuación I, donde:

$$y - \tfrac{2}{5}x = 1 \qquad \text{(ecuación I)}$$

Reemplazando el valor de y en la ecuación

$$\underbrace{-\tfrac{3}{5}x + 6}_{y} - \tfrac{2}{5}x = 1 \qquad \vert -6$$
$$-\tfrac{5}{5}x = -5$$
$$-x = -5 \qquad \vert \cdot (-)$$
$$x = 5$$

Si se sustituye x por 5 en las ecuaciones I ó II, se obtiene

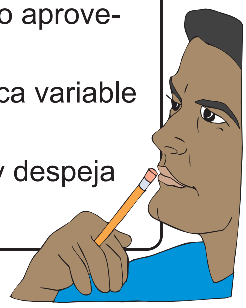
$$\mathrm{I}:\ y = \tfrac{2}{5}x - 1 \quad \text{ó} \quad \mathrm{II}:\ y = -\tfrac{3}{5}x + 6$$
$$y = \tfrac{2}{5} \cdot 5 - 1 \quad \text{ó} \quad y = -\tfrac{3}{5} \cdot 5 + 6$$
$$y = 2 - 1 = 3 \qquad y = -3 + 6 = 3$$

Así (5; 3) es la solución del sistema de ecuaciones. CS = { (5; 3) }

Este procedimiento para obtener la solución se denomina **método de sustitución**.

Método de sustitución

1. Despeja una variable por algún término común en ambas ecuaciones (o aprovecha una de las ecuaciones que ya tenía esa forma).
2. Sustituye el lado derecho obtenido en la otra ecuación y despeja la única variable que aparece en esta nueva ecuación.
3. Sustituye el valor obtenido en cualquiera de las ecuaciones originales y despeja para hallar la variable que falta.



Ejemplo B

Resuelve con el método de sustitución

$$\begin{array}{|ll|}\hline \mathrm{I}: & 3y = 7x - 108 \\ \mathrm{II}: & 2{,}5x + 3y = 6 \\ \hline\end{array}$$

Solución

1. Aprovechando que $3y$ despejado en I aparece como término en II, sustituye $3y$ en la ecuación II por $7x - 108$ y resuelve despejando x :

$$\begin{aligned} 2{,}5x + \underbrace{3y}_{} &= 6 \\ 2{,}5x + 7x - 108 &= 6 \quad \vert + 108 \\ 9{,}5x &= 114 \quad \vert : 9{,}5 \\ \boxed{x = 12} \end{aligned}$$

2. Sustituye x por 12 en la ecuación I y resuelve despejando y :

$$\begin{aligned} 3y &= 7 \cdot 12 - 108 \\ 3y &= -24 \quad \vert : 3 \\ \boxed{y = -8} \end{aligned}$$

CS = { (12; –8) }

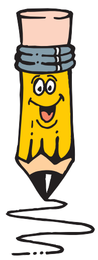
3. Resuelve con el método de sustitución

I. $y = 3x + 8$

II. $x + y = 12$

1. Sustituye y (de la ecuación I) y despeja x

2. Sustituye x con el valor hallado en la ecuación I, luego resuelve despejando y



Hazlo TÚ mismo

Resuelve con el método de igualación

$y = 3x - 6$
$y = 4x + 7$

SOLUCIONES

3. C.S $= \{(1 ; 11)\}$