IRFA PERÚ
INSTITUTO RADIOFÓNICO FE Y ALEGRÍA

Grado	Semana	Ficha
4º	8	3

SECUNDARIA
MATEMÁTICA

FIGURAS EN EL CÍRCULO

1. Escucha con atención

Los discos compactos tiene un diámetro de 12 cm.
Un CD de música ecológica se vende en envolturas con la forma de una hexágono regular. El CD no debe quedar suelto en esta envoltura.

a) Dibuja un círculo para el CD y alrededor de él un hexágono regular para la envoltura (escala 1:2)

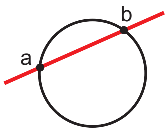
b) ¿Qué ángulo forman un lado del hexágono y el radio que une su punto medio con el centro del círculo?

Ejemplo:
$12\text{ cm} \cdot \frac{1}{2} = 6\text{ cm}$

Circunferencias y rectas

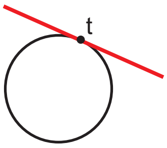
Una recta y una circunferencia pueden tener dos puntos, un solo punto o ningún punto en común.

Secante



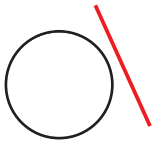
2 intersecciones

Tangente



1 intersección

Pasante



0 intersecciones

Secante : cortar (secare, latín)
Tangente : tocar (tangere, latín)
Pasante : pasar (passer, francés)

El punto en común de la circunferencia y la tangente se llama también **punto de contacto o tangencia**.

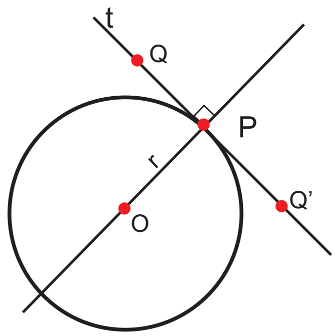
La siguiente proposición da una referencia importante de como construir una tangente:

> ***TEOREMA***
>
> *Dadas una circunferencia alrededor de O y una recta t, con un punto de contacto P:*
> *Si el radio $\overline{OP}$ de la circunferencia es perpendicular a la recta t, entonces t es tangente a la circunferencia en el punto P.*

Demostración

Si una recta t y una circunferencia con centro en O tienen a P como punto de contacto y $\overline{OP}$ es perpendicular a t, entonces se cumple:

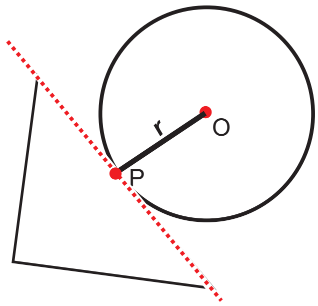
1. Según la rotación del radio OP, t y la circunferencia se transforman unas en otras (cambian de posición)
2. Si la circunferencia y la recta t tuvieran otro punto de contacto Q, entonces su punto de imagen Q' debería encontrarse igualmente sobre la circunferencia y la recta t.



La circunferencia y la recta t tendrían tres puntos en común P, Q y Q'. Esto es imposible. Por lo tanto, P es el único punto de contacto y t es la tangente.

Ejemplo

Construye una circunferencia con centro O.
Selecciona un punto P en la circunferencia.
Traza con ayuda de una escuadra trasportador una tangente a la circunferencia, de tal modo que P sea el punto de contacto.



Solución

1. Traza el radio OP.
2. Dibuja la perpendicular a OP que pasa por P. Ésa es la **tangente**.

**2. Dibuja una circunferencia con un radio de 3 cm.
Elige en la circunferencia tres puntos P, Q, R. Construye las tangentes en los puntos de contacto P, Q, R. (Usa la escala 1:2)**

$$3 \text{ cm} \cdot \frac{1}{2} = 1{,}5 \text{ cm}$$

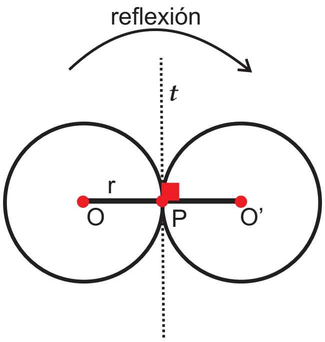
La proposición inversa del teorema anterior indica cómo se puede verificar si una recta es tangente a una circunferencia.

TEOREMA

Dadas una circunferencia alrededor de O y una recta t, con un punto de contacto P:
Si la recta t es una tangente a la circunferencia, entonces el radio $\overline{OP}$ es perpendicular a la recta t.

Demostración

Si una recta t y una circunferencia con centro en O tienen a P como punto de contacto entonces se cumple:



1. Si se refleja la circunferencia con centro en O y radio r respecto a la tangente t, se obtiene una nueva circunferencia con centro en O'.
   La imagen de P es el mismo punto y es el único punto de contacto de ambas circunferencias y t.
2. Ambas circunferencias tienen el mismo radio:
   $\overline{OP} = \overline{OP'} = r$
3. El segmento $\overline{OO'}$ debe pasar por P. Entonces $\overline{OP}$ es parte de $\overline{OO'}$, segmento usado para reflejar O a O' y que, por tanto, es perpendicular al eje t.
   Así $\overline{OP}$ y t son perpendiculares.

3. Dibuja una circunferencia alrededor de O con radio = 2,5 cm y ...

a) ... traza una pasante g y todas las tangentes a la circunferencia, que sean paralelas a g.

b) ... traza una secante h y todas las tangentes a la circunferencia, que sean paralelas a h.

Hazlo TÚ mismo

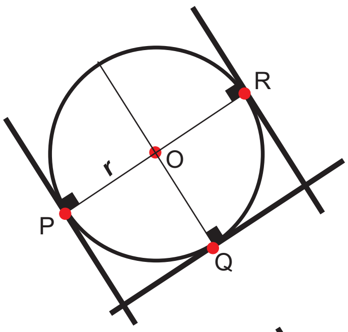
Dibuja una circunferencia alrededor de O con radio r = 2 cm y ...

a) ... Traza una pasante *g* y todas las tangentes a la circunferencia, que sean paralelas a *g*.

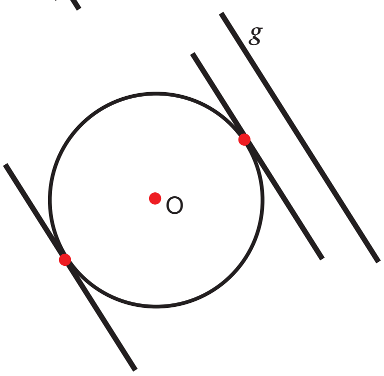
b) ... Traza una secante *h* y todas las tangentes a la circunferencia, que sean paralelas a *h*.

SOLUCIONES

2.



3. a)



b)