

Grado	Semana	Ficha
4°	9	3

## TEOREMA DE TALES

### 1. Escucha con atención

La figura muestra cómo se puede elaborar un diseño bonito con facilidad.

a) Describe cómo se puede elaborar este diseño.

---



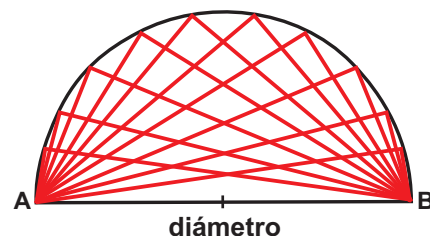
---

b) ¿Cuánto miden los ángulos opuestos al segmento  $\overline{AB}$ ?

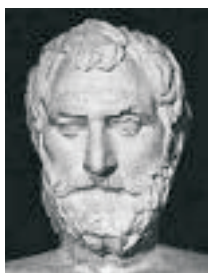
---



---



► La siguiente proposición hace referencia a un método para construir triángulos rectángulos, conocida ya por el filósofo y matemático griego Tales de Mileto.



Tales de Mileto (625-545 a.C.) escribió una serie de proposiciones matemáticas fundamentales y probablemente fue el primero que demostró algunas de ellas.

### Teorema de Tales

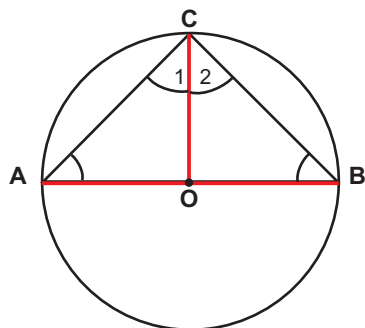
Si en un triángulo  $ABC$  el vértice  $C$  se encuentra sobre la circunferencia con diámetro  $\overline{AB}$ , entonces su ángulo  $C$  es recto.

**También la proposición inversa de este teorema es verdadera:**

“Si un triángulo  $ABC$  tiene un ángulo recto en  $C$ , entonces  $C$  se encuentra en la circunferencia con diámetro  $\overline{AB}$ , que llamaremos circunferencia de Tales sobre  $\overline{AB}$ .”

### Demostración del teorema de Tales

Si el vértice  $C$  de un triángulo  $ABC$  se encuentra sobre la circunferencia con diámetro  $AB$  y centro  $O$ , y si  $\alpha = \angle ACO$  y también  $\beta = \angle OCB$ , entonces se cumple:



Por lo tanto,  $C = 90^\circ$  y el triángulo  $ABC$  es rectángulo.

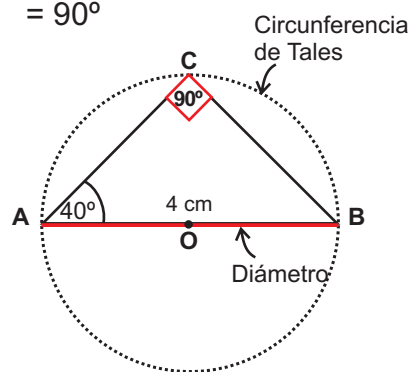
- $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC} = r$ , son radios de la circunferencia, por lo tanto los triángulos  $AOC$  y  $BOC$  son isósceles
- $\alpha = \angle ACO$  y  $\beta = \angle OCB$  (por ser ángulos sobre las bases)
- $\alpha + \beta + (\alpha + \beta) = 180^\circ$  (suma de ángulos en  $ABC$ )  
(reemplazando  $\alpha = \angle ACO$ ;  $\beta = \angle OCB$ )
- $2\alpha + 2\beta + (\alpha + \beta) = 180^\circ$
- $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ ;  
 $2(\alpha + \beta) = 180^\circ$ , entonces  $\alpha + \beta = 90^\circ$

### Ejemplo A

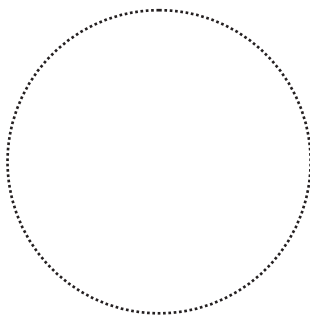
Construye un triángulo ABC con  $\overline{AB} = 4$  cm;  $\angle A = 40^\circ$  y  $\angle C = 90^\circ$

### Solución

1. Traza el segmento  $\overline{AB}$  que mide 4 cm.
2. Dibuja la circunferencia de Tales sobre  $\overline{AB}$  tomando como centro su punto medio.
3. Traza sobre el segmento  $\overline{AB}$  en A el ángulo  $\angle A = 40^\circ$ .
4. El punto de intersección de la circunferencia de Tales con el lado A donde se encuentra el ángulo recién trazado es C.



## 2. Dibuja en una circunferencia tres triángulos rectángulos diferentes. Utiliza el Teorema de Tales



Desarrolla como en la actividad N°1

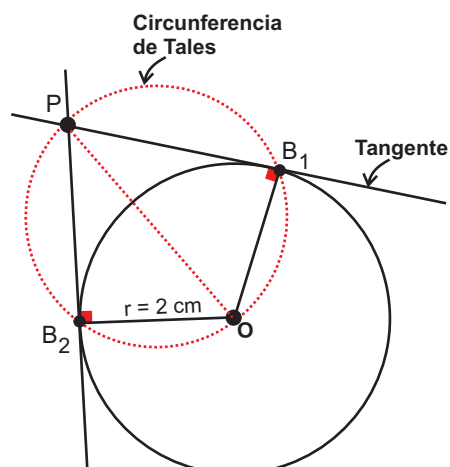
### Ejemplo B

Dibuja una circunferencia alrededor de O con radio  $r = 2$  cm. Marca un punto P fuera de la circunferencia. Construye las tangentes a la circunferencia que pasan por P

### Solución

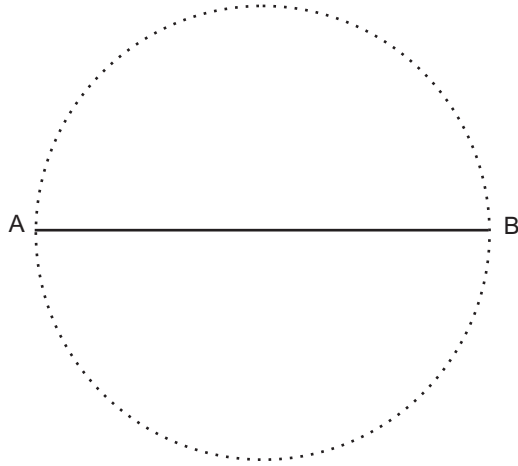
Cada una de las tangentes es perpendicular al radio correspondiente al punto de contacto; es por ello que los puntos de contacto se encuentran en la circunferencia de Tales sobre  $\overline{PO}$ .

1. Dibuja la circunferencia alrededor de O con radio  $r = 2$  cm y marca un punto P fuera de la circunferencia.
2. Construye la circunferencia de Tales sobre  $\overline{PO}$ .
3. La circunferencia de Tales corta la circunferencia de centro O en los puntos  $B_1$  y  $B_2$ .
4. Las rectas  $PB_1$  y  $PB_2$  son las tangentes.



### 3. Construye un triángulo ABC con ayuda del Teorema de Tales

a)  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$ ;  $\angle C = 90^\circ$

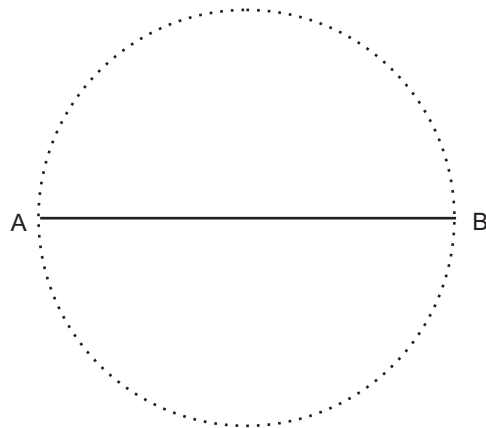


#### Sigue estos pasos

1. Traza  $\overline{AB} = 6 \text{ cm}$ .
2. Dibuja la circunferencia de Tales.
3. Traza  $\overline{BC} = 4 \text{ cm}$ .
4. Construye el ángulo  $\angle C = 90^\circ$  en el punto C.

b)  $\overline{AB} = 5,5 \text{ cm}$ ;  $\angle A = 50^\circ$ ;  $\angle C = 90^\circ$

Recuerda que se usa una perpendicular para medir la distancia de un punto a una recta.



Sigue los pasos del ejemplo A



*El teorema de Tales lo aplicas en la construcción de ángulos y de figuras geométricas, como triángulos rectángulos y rectángulos.*

---

---

Hazlo TÚ mismo

---

---

**Construye un triángulo ABC con ayuda del Teorema de Tales**

a)  $\overline{AC} = 5,4 \text{ cm}$ ;  $\overline{BC} = 3,5 \text{ cm}$ ;  $\angle C = 90^\circ$

b)  $\overline{AB} = 4,8 \text{ cm}$ ;  $\overline{AC} = 3,9 \text{ cm}$ ;  $\angle A = 90^\circ$

**Soluciones**

