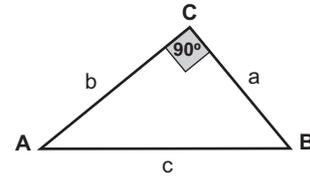


## ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA

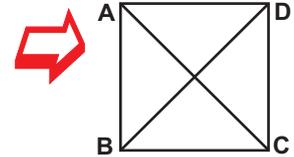
### 1. Lee con nosotros

El **Teorema de Pitágoras** establece que en un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa:

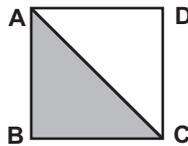
$$a^2 + b^2 = c^2$$


### Razones Trigonométricas de un ángulo agudo

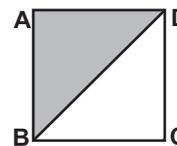
Para comprender algunas aplicaciones del Teorema de Pitágoras, recordemos que cada diagonal de un cuadrado divide a éste en dos triángulos isósceles congruentes (las diagonales son ejes de simetría).



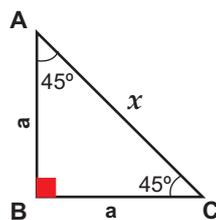
La diagonal  $\overline{AC}$  divide al cuadrado ABCD en:  $\triangle ABC$  y  $\triangle ACD$



La diagonal  $\overline{BD}$  divide al cuadrado ABCD en:  $\triangle ABD$  y  $\triangle BCD$



Observen el triángulo rectángulo isósceles ABC:



Por el Teorema de Pitágoras

$$x^2 = a^2 + a^2$$

$$x^2 = 2a^2$$

$$x = \sqrt{2a^2}$$

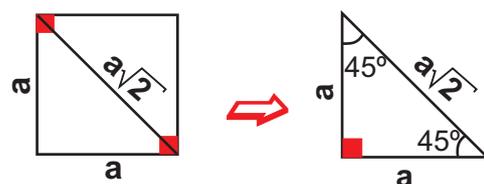
$$x = a\sqrt{2}$$

Los antiguos babilonios (1700 a.C.) ya calculaban la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles multiplicando uno de sus catetos por  $\sqrt{2}$ .

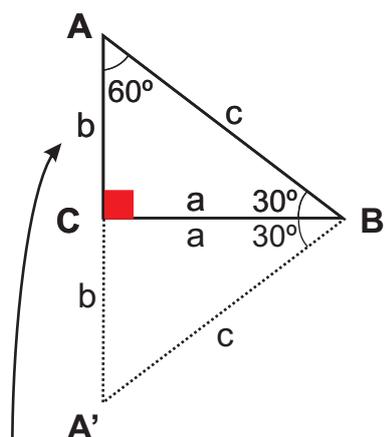


De esta manera podemos afirmar que, en un triángulo rectángulo isósceles, la hipotenusa  $x$  es  $\sqrt{2}$  veces la medida de uno de los catetos ( $a$  o  $b$ ).

Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo isósceles son la mitad de un ángulo recto y miden  $45^\circ$ , por eso a este triángulo se le conoce **como triángulo  $45^\circ-45^\circ$**



Otro triángulo importante es el que tiene los ángulos agudos  $30^\circ$  y  $60^\circ$



Proyectamos el  $\triangle ABC$  por  $\overline{BC}$

Observa:

$$\triangle ABC \approx \triangle A'BC$$

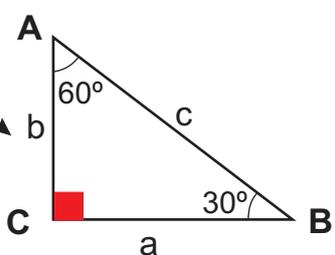
$$\sphericalangle BAC = \sphericalangle BA'C = 60^\circ$$

$$\sphericalangle ABC = \sphericalangle A'BC = 30^\circ \Rightarrow \sphericalangle ABA' = 60^\circ$$

También:

$$\overline{AA'} = b + b = 2b, \Rightarrow \triangle ABA' \text{ es equilátero,}$$

$$\overline{AB} = c = \overline{AA'} \Rightarrow c = 2b \text{ (la hipotenusa del } \triangle ABC \text{ es igual al doble del cateto menor)}$$



Aplicamos el Teorema de Pitágoras en el  $\triangle ABC$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

| Sustituimos c por su equivalente  $c = 2b$

$$a^2 + b^2 = (2b)^2$$

$$a^2 + b^2 = 4b^2$$

|  $- b^2$

$$a^2 = 3b^2$$

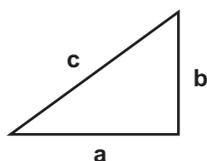
$$a = \sqrt{3b^2}$$

$$a = b\sqrt{3}$$

De esta manera podemos afirmar que, en un triángulo rectángulo  $30^\circ$ -  $60^\circ$ , el cateto mayor es igual a  $\sqrt{3}$  veces el cateto menor.

### Razón trigonométrica

Relación entre los lados de un triángulo rectángulo, expresado como el cociente de dos números que son las medidas de dos lados del triángulo .



a: cateto adyacente  
(ca)

$$\frac{a}{c} = \frac{ca}{h}$$

$$\frac{c}{a} = \frac{h}{ca}$$

b: cateto opuesto  
(co)

$$\frac{b}{c} = \frac{co}{h}$$

$$\frac{c}{b} = \frac{h}{co}$$

c: hipotenusa  
(h)

$$\frac{a}{b} = \frac{ca}{co}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{co}{ca}$$



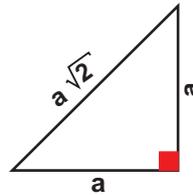
La **trigonometría**, es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de los triángulos.  
Etimológicamente significa 'medida de triángulos'

### Ejemplo A

¿Cuál es la razón entre la medida de la hipotenusa y uno de los catetos del triángulo rectángulo isósceles?

### Solución

Debemos establecer la razón entre los lados del triángulo rectángulo isósceles, usando la forma de fracción.



$$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto}} =$$
$$\frac{a\sqrt{2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1}$$

### 2. Responde:

a) ¿Cuál es la razón de las medidas de un cateto y la hipotenusa de un triángulo isósceles?

$$\text{Razón trigonométrica} \rightarrow \frac{\text{cateto}}{\text{hipotenusa}} =$$

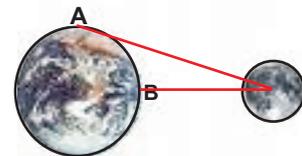
b) ¿Cuál es la razón entre uno de los ángulos agudos y el ángulo recto de un triángulo isósceles?

$$\text{Razón trigonométrica} \rightarrow \frac{\text{Ángulo agudo}}{\text{Ángulo recto}} =$$

### ¿Sabías qué ...

...las primeras aplicaciones de la trigonometría se hicieron en los campos de la navegación, la geodesia y la astronomía?

En estos campos el principal problema era determinar una distancia inaccesible, es decir, una distancia que no podía ser medida de forma directa, como la distancia entre la Tierra y la Luna. Se encuentran notables aplicaciones de las funciones trigonométricas en la física y en casi todas las ramas de la ingeniería, sobre todo en el estudio de fenómenos periódicos, como el flujo de corriente alterna.



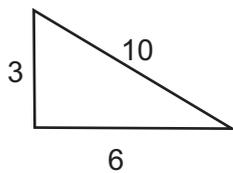


### *Datos para recordar*

- ✓ Trigonometría significa 'medida de ángulos'.
- ✓ En un triángulo rectángulo isósceles (triángulo 45° - 45°), la hipotenusa mide:  $a\sqrt{2}$ .
- ✓ En un triángulo rectángulo 30° - 60° el cateto mayor mide  $\sqrt{3}$  veces el cateto menor:  $a = 3\sqrt{b}$
- ✓ La razón trigonométrica es la relación entre los lados del triángulo y se expresa como una fracción. Ejm.:  $\frac{a}{b} = \frac{ca}{co}$

**Hazlo TÚ mismo**

**Establece las 6 razones trigonométricas para el siguiente triángulo**



$$1) \frac{co}{h} = \frac{3}{10}$$

### **Soluciones**

$$2. \text{ a) } \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{ b) } \frac{1}{2}$$